

入学年 _____ 学生証番号 _____

氏名 _____

1 理想気体 $PV = nRT$ について α_p , κ_T を求めよ。(20)

2 van der Waals 気体 $\left(P + \frac{n^2}{V^2}a\right)(V - nb) = nRT$ について α_p , κ_T を求めよ。ただし, a , b は小さい正数とする。(40)

3 1モルの理想気体の準静的変化を考えよう。状態 A において圧力, 体積は P_A , V_A であった。この気体を等温で体積 V_B まで膨張させ, 状態 B とした。その後, 圧力を一定に保ち, 体積を V_A まで圧縮させ, 状態 C とした。さらに, 体積一定にして加圧し状態 A に戻した。1)A→B, 2)B→C, 3)C→A で系になされた仕事をそれぞれもとめ, P_A , V_A , V_B であらわせ。(30)

以下解答欄 裏を用いても良い

1

$\alpha_p = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$, $\kappa_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ を用いよう。理想気体だから, $V = \frac{nRT}{P}$ 従って,

$$\therefore \alpha_p = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{nR}{P} = \frac{V}{T}, \quad \kappa_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{nRT}{P^2} = \frac{V}{P}$$

2.

Van der Waals の式を変形すると, $P = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2}{V^2}a$ となる。これを使えば,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{nR}{V - nb}, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{nRT}{(V - nb)^2} + \frac{3n^2}{V^3}a$$

$$\text{したがって, } \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{1}{V} \frac{1}{-\frac{nRT}{(V - nb)^2} + \frac{3n^2}{V^3}a} = \frac{1}{\frac{3n^2}{V^2}a - \frac{nRTV}{(V - nb)^2}}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\alpha_p}{\kappa_T} \text{ を用いれば,}$$

$$\alpha_P = \kappa_T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{\frac{3n^2}{V^2} a - \frac{nRTV}{(V-nb)^2}} \cdot \frac{nR}{V-nb} = \frac{nR}{\frac{3n^2(V-nb)}{V^2} a - \frac{nRTV}{V-nb}}$$

$$= \frac{nRV^2(V-nb)}{3n^2a(V-nb)^2 - nRTV^3}$$

いつもきれいになるとは限らない。

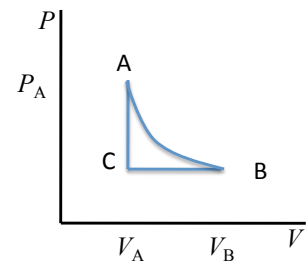
3. 実際には問題は課していませんが、重要なので解いておきます。必ず読んで理解する事。

図を書くと理解しやすい。各過程でのなされた仕事を計算しよう。その前にいくつか求めておく必要がある。点 A, B における

温度は, $T_A = T_B = \frac{P_A V_A}{R}$ 。

点 B, C における圧力は, $P_B = P_C = \frac{RT_A}{V_B} = \frac{P_A V_A}{V_B}$

点 C における温度は, $T_C = \frac{P_C V_A}{R} = \frac{P_A V_A^2}{R V_B}$



1) A→B 等温過程

$$w_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} -P dV = \int_{V_A}^{V_B} -\frac{RT_A}{V} dV = RT_A \ln \frac{V_A}{V_B} = P_A V_A \ln \frac{V_A}{V_B}$$

2) B→C 定圧過程

$$w_{BC} = \int_{V_B}^{V_A} -P_B dV = -P_B \int_{V_B}^{V_A} dV = -\frac{P_A V_A}{V_B} (V_A - V_B) = P_A V_A \left(1 - \frac{V_A}{V_B} \right)$$

3) C→A 定積過程

定積過程であるから $w_{CA} = 0$